

ПРИМЕНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННОГО ОБОБЩЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ СТЕПЕНИ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КОМБИНИРОВАННОЙ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ

Д.И. Богатырев, А.М. Гаракоев, Е.В. Мойланен

ИПУ РАН. 117997, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65; e-mail: info@geotechnologies.ru

Аннотация. В данной статье описываются основные подходы к использованию данных комбинированной аэроэлектро-разведочной системы для решения обратных задач. Разработаны алгоритмы решения стохастической задачи оценивания параметров горизонтально-слоистой среды при помощи итерационного обобщенного фильтра Калмана. Они позволяют комбинировать параметры отклика во временной и в частотной областях и уменьшить степень неоднозначности решения обратной задачи.

Ключевые слова. Комбинированная аэроэлектроразведка, электрические зондирования во временной и частотной областях, комплекс ЭКВАТОР.

APPLICATION OF THE ITERATIVE EXTENDED KALMAN FILTER TO REDUCE AMBIGUITY DEGREE IN THE SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM OF COMBINED AIRBORNE ELECTROMAGNETICS DATA

D.I. Bogatyrev, A.M. Garakoev, J. Moilanen

ICS RAS. 65, Profsoyuznaya str., Moscow, Russia, 117997; e-mail: info@geotechnologies.ru

Abstract. This article describes the main approaches of using combined airborne electromagnetic data to solve inverse problems. Algorithms for solving the stochastic problem of estimating the parameters of a horizontally layered medium using an iterative extended Kalman filter have been developed. They allow combining response parameters in the time and frequency domains and reducing the ambiguity degree in the solution of the inverse problem.

Key words. Combined airborne electromagnetic survey, time domain, frequency domain, EQUATOR complex.

Введение

В данной статье описываются основные подходы к использованию данных комбинированной аэроэлектроразведочной системы для решения обратных задач, при которых необходимо определить параметры источника поля по измерениям компонент поля. Такого рода задачи относятся к классу некорректно поставленных, по Адамару [Адамар, 1978], и требуют регуляризации для обеспечения единственности и устойчивости решения.

Основоположниками теории решения некорректных задач являются А.Н. Тихонов [Тихонов, 1943], В.К. Иванов [Иванов, 1962], М.М. Лаврентьев [Лаврентьев, 1956]. Основная идея заключается в ограничении класса возможных решений: нужно сначала выбрать множество, в котором оно ищется. Обычно множество выбирают компактным, чтобы была возможность обосновать сходимость алгоритмов. Основные способы – использовать априорную информацию того или иного рода либо применить функционал, обеспечивающий устойчивость решения.

Среди детерминированных методов наиболее распространён вариационный метод регуляризации, связанный с выбором стабилизирующего функционала Тихонова [Тихонов и др., 1990], как правило, в виде квадрата нормы аргумента. Алгоритм поиска решения часто строится на основе одной из модификаций метода Гаусса–Ньютона [Zhdanov, 2002]. Ключевым фактором при выборе является скорость сходимости.

Оценка скорости сходимости для некорректных задач представляет отдельный интерес [Немировский, Поляк, 1984].

Стохастический подход формировался такими учеными, как Л.А. Халфин [Халфин, 1958], J.N. Franklin [Franklin, 1970], А.Г. Тархов, а также их последователями: А.А. Никитиным [Тархов и др., 1982], В.И. Дмитриевым [Дмитриев и др., 1990], Т.Б. Яновской и Л.Н. Пороховой [Яновская и Порохова, 2004], R. Forsberg [Forsberg, 1984], A. Tarantola [Tarantola, 2005]. В основе данного подхода лежит тот факт, что процесс измерения значений параметров поля всегда сопровождается случайными помехами того или иного рода. Таким образом, измеренный сигнал является реализацией некоего случайного процесса.

С алгоритмической точки зрения стохастический подход является способом регуляризации задачи [Каршаков, 2018]. Искомые параметры являются случайными величинами и описываются функцией плотности апостериорной вероятности, учитывающей всю имеющуюся априорную информацию. В качестве оценки выбираются значения параметров, отвечающие максимуму функции правдоподобия [Степанов, 2003; Александров и др., 2005].

Наиболее традиционным методом решения задач по оцениванию в линейных задачах или при слабо-выраженных нелинейностях является обобщенный метод наименьших квадратов, а для нелинейных задач применяются различные модификации метода

Монте-Карло (ММК). При разделении полного вектора измерений на подвекторы меньшей размерности можно использовать дискретный фильтр Калмана (ФК) [Tarantola, 2005].

В статье [Ernst et al., 2014] изложена идея, согласно которой классические методы решения обратных задач, строящиеся на алгоритме Гаусса–Ньютона и регуляризации Тихонова, могут быть описаны в рамках калмановского подхода. Теория решения линейных задач оценивания методами калмановской фильтрации и сглаживания изложена, например, в [Александров и др., 2005; Simon, 2006]. В книге Д. Саймона, кроме того, описаны способы применения ФК в нелинейных задачах, а также некоторые варианты комбинирования ФК и ММК. Наконец, базовый вариант итерационного обобщенного ФК для решения нелинейных задач описан в статье [Navlik and Straka, 2015].

Существуют способы применения достаточно сложных калмановских алгоритмов в различных некорректно поставленных задачах, например связанных с изучением океана [Park and Kaneko, 2000; Mitchell et al., 2002; Kerpenne and Rienecker, 2003]. Говоря об аэрогеофизических методах, следует упомянуть, что фильтр Калмана стал стандартным инструментом для обработки данных авиационной гравиметрии [Olson, 2010].

Вариант применения итерационного обобщенного ФК для решения обратных задач аэроэлектроразведки описан в работах [Каршаков, 2018; Karshakov, 2020]. В данной работе также используется калмановский подход. При этом надо понимать, что он в некотором смысле обобщает известные общепринятые алгоритмы инверсии [Karshakov, 2020]. Но прежде чем перейти к методам и алгоритмам решения обратной задачи, следует обратить внимание на следующие аспекты.

Учитывая некорректность обратной задачи и большой объем данных аэрогеофизической съемки – десятки и сотни тысяч точек измерения, – построение трехмерной модели распределения удельных электрических сопротивлений непосредственно из данных аэро-съемки представляется задачей чрезвычайно трудоемкой. Как правило, первые оценки данных происходят по значениям кажущихся сопротивлений – удельных сопротивлений эквивалентного однородного полупространства для отдельных каналов в частотной и/или временной области.

Следующий шаг – решение одномерной обратной задачи, т.е. для модели горизонтально-слоистой Земли. Даже для такого простого случая обработка данных может занимать существенно больше времени, чем сама съемка. Стоит отметить, что для решения одномерной задачи не обязательно рассматривать все компоненты отклика. Для установки с соосным расположением передатчика горизонтальная компонента отклика для такой модели отсутствует, поэтому надо ориентироваться только на вертикальную компоненту. Для систем, имеющих горизонтальное смещение приемника относительно передатчика, таких как ЭКВАТОР, вполне можно ограничиться либо только горизонтальной, либо только вертикальной составляющей отклика. Но стоит иметь в виду, что при малых скоростях полета вертолета передатчик оказывается практически

под приемником, поэтому горизонтальную составляющую использовать нецелесообразно. Дополнительно стоит отметить, что переменная составляющая естественного поля Земли преимущественно горизонтальна [Palacky and West, 2008], поэтому вертикальная составляющая в меньшей степени подвержена помехам.

Лишь на заключительном этапе обработки данных аэроэлектроразведочной съемки для отдельных перспективных участков возможно выполнение трехмерного моделирования, однако это выходит за рамки данной работы.

Таким образом, далее будут рассмотрены варианты определения кажущегося сопротивления и решения одномерной обратной задачи в частотной и во временной области, а также возможности одномерной инверсии данных комбинированной системы. В основе всех алгоритмов инверсии лежат алгоритмы решения одномерной прямой задачи.

Алгоритмы решения одномерной обратной задачи аэроэлектроразведки

Можно утверждать, что для обработки данных аэроэлектроразведки существует вполне сложившийся набор методов [Chang-Chun et al., 2015]. Отдельного упоминания заслуживают работы профессора Джима Макнэя, реализованные в программе EM Flow [Macnae et al., 1998], и решения Олденбурга, реализованные в ПО EM1DFM и EM1DTM [Farquharson et al., 2003; Farquharson and Oldenburg, 2004]. Conductivity Depth Image (CDI) трансформанты с использованием передаточных функций реализованы в [Sengpiel, 1988]. По-настоящему оригинальные работы по мультипараметрической инверсии аэроэлектроразведочных данных в присутствии эффекта ИБП [Viezzoli et al., 2016; Kaminski and Viezzoli, 2017; Fiandaca et al., 2020].

Среди сложившихся методов можно выделить три основных, применяемых при решении одномерной обратной задачи: инверсию с вертикальными ограничениями (VCI – Vertically Constrained Inversion), инверсию с продольными ограничениями (LCI – Laterally Constrained Inversion), декомпозицию по сингулярным числам (SVD – Singular Value Decomposition) [Guillemoteau et al., 2011]. Все эти способы по-разному борются с шумами измерений, однако у всех в основе лежит принцип минимизации следующего квадратичного функционала:

$$Q = \sum_{j=1}^N [F_j^{obs} - F_j^{cal}(\mathbf{m})]^2, \quad (1)$$

где N – количество каналов электроразведочной системы, данные которых используются в обработке, F_j^{obs} и F_j^{cal} – результат измерения и результат решения прямой задачи для модели с параметрами среды, заданными вектором $\mathbf{m} = (\rho_1, h_1, \rho_2, h_2, \dots)$, в котором $\rho_j = 1/\sigma_j$ – удельное электрическое сопротивление, а h_j – мощность соответствующего однородного слоя.

Подавляющее большинство современных аэроэлектроразведочных систем использует вертикальный магнитный диполь для генерации сигнала воз-

буждения, а в обработке использует вертикальную компоненту отклика [Smith, 2014]. Соответственно, функция F в формуле (1) может быть рассчитана как вертикальная компонента отклика для определенной частоты ω [Жданов, 1986; Zhdanov, 2002]. Указанных выше соотношений достаточно, чтобы решить прямую задачу в одномерном случае и получить функцию F для частотных аэроэлектроразведочных систем.

Для получения модели отклика во временной области достаточно свернуть частотную характеристику моделируемой среды, компоненты которой рассчитываются при единичной амплитуде дипольного момента, с известным спектром первичного поля.

Постановка стохастической задачи оценивания

Чтобы обеспечить минимизацию функционала (1), можно сформулировать следующую стохастическую задачу оценивания. Пусть для каждого момента времени t_j измерения аэроэлектроразведочной системы задает вектор $\mathbf{z}_j$ размерности N . При этом пусть модель среды для данной точки описывается вектором параметров $\mathbf{x}_j$ размерности K , а параметры поля определяются на основе решения прямой задачи вектор-функцией $\mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j)$, размерность которой соответствует размерности вектора измерений N . Алгоритм оценивания строится на предположении, что вектор измерений удовлетворяет следующей модели:

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, E[\mathbf{r}_j] = 0, E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk}, \quad (2)$$

где $\mathbf{r}_j$ – вектор помех измерений, который моделируется гауссовым белым шумом с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{R}_j$, $E[\cdot]$ обозначает математическое ожидание, δ_{jk} – символ Кронекера: $\delta_{jk} = 1$ при $j = k$ и $\delta_{jk} = 0$ в остальных случаях.

Модель поведения вектора параметров среды в зависимости от времени задается следующим образом:

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{q}_j, E[\mathbf{q}_j] = 0, E[\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_j \delta_{jk}, \quad (3)$$

где $\mathbf{q}_j$ – вектор случайной составляющей, который моделируется гауссовым белым шумом с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{Q}_j$. По сути, данный вектор позволяет задавать степень коррелированности параметров в последовательных точках измерения. При этом зависимость (3) можно рассматривать как пространственную, т.е. задавать матрицу $\mathbf{Q}_j$ и вектор $\mathbf{f}_j$ исходя из пройденного расстояния за интервал времени с учетом известной скорости [Karshakov and Kharichkin, 2008].

Задача 1. Пусть вектор состояния $\mathbf{x}$ удовлетворяет системе уравнений (3). По набору измерений (2) требуется определить такие значения вектора $\mathbf{x}_j$, что их отклонения от истинных значений $\mathbf{x}_j$ минимальны в соответствующие моменты времени j .

Для решения задачи 1 следует задать начальную оценку вектора параметров $\mathbf{x}_0^-$, которая никак не учитывает измерений, а отражает лишь априорную информацию о среде. Для этого вектора из эмпирических соображений вводится априорное значение ковариационной матрицы ошибки оценки $\mathbf{P}_0^-$:

$$\tilde{\mathbf{x}}_0^- = E[\tilde{\mathbf{x}}_0], \mathbf{P}_0^- = E[\tilde{\mathbf{x}}_0 \tilde{\mathbf{x}}_0^T]. \quad (4)$$

В такой постановке задача 1 может быть решена при помощи алгоритма фильтра Калмана. Но прежде чем перейти к его описанию, необходимо сделать несколько замечаний, касающихся входящих в модель параметров – матриц $\mathbf{R}$, $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{P}_0^-$.

Матрицу $\mathbf{R}$ в задаче аэроэлектроразведки можно задать с учетом результатов калибровочного полета на большой высоте. Как правило, электроразведочные системы поднимают на достаточно большую высоту (700 м), на которой откликами от земной поверхности можно пренебречь. Статистические характеристики сигналов полностью задают матрицу $\mathbf{R}$ (2). Наиболее простой способ – задать ее диагональной таким образом, чтобы на диагонали стояли дисперсии сигналов, полученные при калибровке в соответствующем канале измерений.

Матрица $\mathbf{Q}$ (3), по сути, описывает допустимую моделью степень изменения параметров модели от одной точки измерений к другой – на диагонали стоят дисперсии приращений соответствующих параметров. Ясно, что чем больше расстояние между соседними точками, тем больше должна быть изменчивость модели. Поэтому логично задать степень изменения на метр $\mathbf{Q}^1$ и в дальнейшем брать $\mathbf{Q}_j = v_j^2 \mathbf{Q}^1$, где v_j – модуль текущей скорости авиационного носителя. При этом сама модель может быть тривиальной: $\mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) = \mathbf{x}_j$.

Наконец, матрица $\mathbf{P}_0^-$, которая характеризует достоверность априорного знания модели, должна содержать дисперсии ошибок знания соответствующих параметров на диагонали и коэффициенты их корреляции вне диагонали.

Алгоритм итерационного обобщенного фильтра Калмана

Задача решается в цикле, на каждом шаге которого реализуются этап коррекции и этап прогноза. Этап прогноза – переход от апостериорных оценок в момент $j-1$ к априорным в момент j :

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^- = \mathbf{f}_{j-1}(\tilde{\mathbf{x}}_{j-1}^+),$$

$$\mathbf{P}_j^- = \mathbf{A}_{j-1} \mathbf{P}_{j-1}^+ \mathbf{A}_{j-1}^T + \mathbf{Q}_{j-1}, \mathbf{A}_{j-1} = \frac{\partial \mathbf{f}_{j-1}}{\partial \mathbf{x}}. \quad (5)$$

Поскольку $\mathbf{f}$ априори неизвестна, иначе не было бы необходимости делать съемку, вся информация о среде и ее изменчивости закладывается в случайную составляющую модели – вектор $\mathbf{q}$. Матрица $\mathbf{A}$ единичная.

Этап коррекции – переход от априорных оценок к апостериорным в момент j :

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+} = \tilde{\mathbf{x}}_j^{k-} + \mathbf{K}_j^k (\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})),$$

$$\mathbf{P}_j^{k+} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_j^k \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{P}_j^{k-},$$

$$\mathbf{K}_j^k = \mathbf{P}_j^{k-} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left[\frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_j^{k-} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T + \mathbf{R}_j \right]^{-1}. \quad (6)$$

Здесь функция $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ нелинейна. Поэтому этап коррекции следует выполнять в несколько итераций, верхний индекс k в (6) обозначает номер итерации.

На каждом шаге итерации необходимо заново пересчитывать матрицу Якоби $\partial \mathbf{h}_j / \partial \mathbf{x}$ и коэффициент фильтра $\mathbf{K}_j^k$. Условием выхода из итерационной процедуры следует считать достижение минимума величины невязки:

$$\|\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+})\| = \sqrt{(\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+}))}. \quad (7)$$

В предположении о гауссовой природе шумов измерений это будет соответствовать максимуму правдоподобия, т.е. максимуму соответствующей функции распределения.

На каждом шаге итерации, кроме финального, предлагается выполнять реинициализацию фильтра:

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-} = \tilde{\mathbf{x}}_j^{k-1+}, \mathbf{P}_j^{k-} = \mathbf{P}_j^{k-1-}. \quad (8)$$

Эмпирическая формула пересчета ковариационной матрицы $\mathbf{P}$ хотя и делает работу фильтра неоптимальной, но все-таки позволяет избежать слишком быстрого уменьшения нормы от итерации к итерации, которое будет происходить из-за того, что формулы (6) для $\mathbf{P}$ не учитывают нелинейности $\mathbf{h}$.

Хорошо известно, что удельное электрическое сопротивление пород подчиняется логнормальному распределению [Palacky, 1987]. По этой причине часто рассматривают задачу подбора логарифмов удельных сопротивлений [Guillemoteau et al., 2011]. Это незначительно меняет условия: если x_k , k -я компонента вектора $\mathbf{x}$, отвечает удельному сопротивлению ρ_j , то можно ввести $x_k = \ln \rho_j$ и учесть это в выражении (6). Соответственно, при численном определении матрицы $\partial \mathbf{h}_j / \partial \mathbf{x}$ аддитивная вариация x_k будет соответствовать мультипликативной вариации ρ_j :

$$x_k + \delta x_k \rightarrow \rho_j (1 + \Delta x_k), x_k - \delta x_k \rightarrow \rho_j / (1 + \Delta x_k), \delta x_k = \ln(1 + \Delta x_k). \quad (9)$$

Обсуждая основные методы решения одномерных обратных задач, стоит отметить, что форма решения, приведенная в (6), в общем виде схожа с традиционными рассматриваемыми формами для SVD, VCI, LCI. Важно, что при инверсии с вертикальными (VCI) и продольными (LCI) ограничениями подбираются только удельные сопротивления слоев с фиксированными наперед заданными мощностями.

Для введения вертикальных ограничений в матрицу, отвечающую за стабилизацию решения, вводятся внедиагональные элементы (в работе [Guillemoteau et al., 2011], в части, посвященной VCI, это матрица $\mathbf{S}$). В терминологии калмановского подхода это эквивалентно добавлению априорной информации о коррелированности удельных сопротивлений соседних слоев: матрица $\mathbf{P}^-$ на этапе коррекции также должна содержать внедиагональные элементы. Этого можно добиться, если задавать эту матрицу на каждом шаге заново в том виде, в каком она задана в [Guillemoteau et al., 2011].

Для целей введения продольных ограничений за стабилизацию отвечает диагональная матрица (в работе [Guillemoteau et al., 2011], в части, посвященной LCI, это матрица $\lambda^2 \mathbf{I}$). В терминологии калмановского подхода это эквивалентно добавлению априорной информации о коррелированности пространственно соседних отсчетов: матрица $\mathbf{P}^-$ на этапе коррекции по норме должна быть сопоставима с матрицей $\mathbf{R}$. Этого можно добиться, задавая соответствующим образом матрицу $\mathbf{Q} = \nu^2 \mathbf{Q}^1$. Диагональные элементы $\mathbf{Q}^1$, по сути, должны отражать, насколько может измениться сопротивление при смещении на один метр вдоль профиля.

Сингулярное разложение (SVD) обычно применяется при задании ковариационной матрицы ошибки оценки для обеспечения вычислительной устойчивости алгоритма. Используется либо метод корня, либо U-D-разложение:

$$\mathbf{P} = \mathbf{S} \mathbf{S}^T \text{ или } \mathbf{P} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{U}^T, \quad (10)$$

где $\mathbf{S}$ – нижнетреугольная матрица, называемая квадратным корнем из $\mathbf{P}$, $\mathbf{U}$ – верхнетреугольная матрица с единицами на диагонали, $\mathbf{D}$ – диагональная матрица, на диагонали которой стоят сингулярные числа исходной матрицы $\mathbf{P}$. В литературе описаны алгоритмы этапов прогноза и коррекции непосредственно с матрицами $\mathbf{S}$ или $\mathbf{U}$ и $\mathbf{D}$ [Simon, 2006].

Также важно сказать о дополнительных возможностях, открывающихся при использовании фильтра Калмана. Во-первых, как можно видеть, такая постановка позволяет гармонично комбинировать существующие методики инверсии. Во-вторых, можно применять дополнительные механизмы, разработанные для фильтра Калмана. Данный подход дает возможность анализировать полученное решение с помощью стохастических мер оценки [Голован и Парусников, 1998]. Например, величина

$$\mu = 1 - \sqrt{\frac{\mathbf{a}^T \mathbf{P}_j^+ \mathbf{a}}{\mathbf{a}^T \mathbf{P}_j^- \mathbf{a}}} \quad (11)$$

определяет меру оцениваемости величины, задаваемой в пространстве параметров вектором $\mathbf{a}$, в конкретной точке с индексом j – чем ближе μ к 1, тем лучше оценка. Сравнение таких мер позволяет не только оценить качество решения по невязке, но и получить относительную достоверность параметров для данного решения: какие удельные сопротивления оценились лучше, какие хуже.

Практический пример использования алгоритма итерационного обобщенного фильтра Калмана

На рис. 1 представлены геоэлектрические разрезы фрагмента профиля участка работ Малетойваям на Камчатке в 2021 году, построенные по результатам решения одномерной обратной задачи для частотных, временных и комбинированных (и частотных, и временных) данных. Анализ показал, что на данной площади присутствует два типа золотой минерализации. Первый связан с высокоомным, не-



радиоактивным и немагнитным кварцевым ядром. Второй – с алунитовыми рудами, развитыми по вторичным кварцитам с избыточным количеством глинистых минералов. Такие области отмечаются пониженными сопротивлениями по сравнению со вторичными кварцитами. Для данной съемки поисковый интерес представляли как проводники, так и изоляторы, что нетипично при производстве электроразведочных работ. Применение именно комбинированной инверсии данных системы ЭКВАТОР наилучшим образом позволяет решить данные задачи. Данные во временной области локализуют проводники, а данные в частотной области имеют хорошее разрешение в верхней части разреза. Комбинированные данные показывают и то и другое.

Использование итерационного обобщенного фильтра Калмана дает возможность анализировать полученное решение с помощью стохастических мер оценивания. На геоэлектрических разрезах бледным показаны места с низкой достоверностью решения как область с мерой оцениваемости (11), близкой к нулю. Пороговое значение меры оцениваемости выбирается по следующей эмпирической формуле:

$$\mu_i > 0.1 \cdot \|z - h(\tilde{x})\|. \quad (12)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа / пер. с фр. Ф.В. Шугаева под ред. О.М. Белоцерковского. М.: Наука, 1978. 352 с.
2. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 376 с.
3. Голован А.А., Парусников Н.А. О связи стохастической меры оцениваемости с сингулярными разложениями матриц № 2. Автоматика и телемеханика. 1998. № 2. С. 190–193.
4. Дмитриев В.И., Морозов В.А., Жданов М.С., Никитин А.А., Брусенцов Н.П. Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике. М.: Недра, 1990. 498 с.
5. Жданов М.С. Электроразведка: Учебник для вузов. М.: Недра, 1986. 316 с.

Коэффициент 0.1 выбирается из соответствия геолого-геофизической модели на известных геоэлектрических разрезах, второй множитель – это невязка, посчитанная по формуле (7). Красным на рисунке показаны графики невязки.

Выводы

Разработанные алгоритмы решения стохастической задачи оценивания параметров горизонтально-слоистой среды при помощи итерационного обобщенного фильтра Калмана позволяют комбинировать параметры отклика во временной и частотной областях и уменьшить степень неоднозначности решения обратной задачи. Сравнение стохастических мер оценивания позволяет получить относительную достоверность параметров решения обратной задачи.

Благодарность

Авторы выражают признательность Е.В. Каршакову и А.К. Волковицкому за ценные советы и рекомендации.

Дата поступления рукописи в редакцию 09.06.2025

Дата положительной рецензии 17.06.2025

Дата принятия рукописи в печать 17.06.2025

6. Иванов В.К. О линейных некорректных задачах: Доклады Академии наук СССР. 1962. 145 (2). С. 270–272.
7. Каршаков Е.В. Структура и алгоритмы обработки бортовых измерений в аэромагнитных и аэроэлектромагнитных системах. Дисс. ... доктора техн. наук: 05.13.01, ИПУ РАН. Москва, 2018. 286 с.
8. Лаврентьев М.М. О задаче Коши для уравнения Лапласа: Известия АН СССР. Серия Математическая, 1956. 20 (6). С. 819–842.
9. Немировский А.С., Поляк Б.Т. Итеративные методы решения линейных некорректных задач при точной информации: Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1984. № 3. С. 18–25.
10. Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. СПб.: ГНЦ РФ – ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 370 с.

11. Тархов А.Г., Бондаренко В.М., Никитин А.А. Комплексирование геофизических методов. М.: Недра, 1982. 221 с.
12. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990. 232 с.
13. Тихонов А.Н. Об устойчивости обратных задач: Доклады Академии наук СССР. 1943. Т. 39. № 5. С. 195–198.
14. Халфин Л.А. Информационная теория интерпретации геофизических исследований: Доклады Академии наук СССР. 1985. Т. 122. № 6. С. 1007–1010.
15. Яновская Т.Б., Порохова Л.Н. Обратные задачи геофизики: Учеб. пособие. 2 изд., доп. и перераб. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2004. 214 с.
16. Chang-Chun Y., Xiu-Yan R., Yun-He L., Yan-Fu Q., Chang-Kai Q., Jing C. Review on airborne electromagnetic inverse theory and applications // *Geophysics*. 2015. Vol. 80, № 4. P. W17–W31.
17. Ernst O.G., Sprungk B., Starkloff H.-J. Bayesian Inverse Problems and Kalman Filters: Extraction of Quantifiable Information from Complex Systems. *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. 2014. № 102. P. 133–159.
18. Farquharson C.G., Oldenburg D.W. A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in nonlinear inverse problems // *Geophysical Journal International*. 2004. Vol. 156. № 3. P. 411–425.
19. Farquharson C.G., Oldenburg D.W., Routh P.S. Simultaneous 1D inversion of loop-loop electromagnetic data for magnetic susceptibility and electrical conductivity // *Geophysics*. 2003. Vol. 68. № 6. P. 1857–1869.
20. Fiandaca G., Auken E., Madsen L.M. 3-D time-domain spectral inversion of resistivity and full-decay induced polarization data – full solution of Poisson’s equation and modelling of the current waveform // *Geophysical Journal International*. 2020. Vol. 223. № 3. P. 2101–2116.
21. Forsberg R. A Study of Terrian Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling. The Ohio State University, Scientific Report no. 5, 1984. 134 p.
22. Franklin J.N. Well-Posed Stochastic Extensions of Ill-Posed Linear Problems: *J. Math. and Appl.* 31, 1970. P. 682–716.
23. Guillemoteau J., Salliac P., Béhaegel M. Regularization strategy for the layered inversion of airborne transient electromagnetic data: application to in-loop data acquired over the basin of Franceville (Gabon) // *Geophysical Prospecting*. 2011. № 59. P. 1132–1143.
24. Havlik J., Straka O. Performance Evaluation of Iterated Extended Kalman Filter with Variable Step-Length // *Journal of Physics. Conference Series*. 2015. № 659. P. 12–22.
25. Kaminski V., Viezzoli A. Modeling induced polarization effects in helicopter time-domain electromagnetic data: Field case studies // *Geophysics*. 2017. Vol. 82. № 2. B49–B61.
26. Karshakov E.V. Iterated extended Kalman filter for airborne electromagnetic data inversion // *Exploration Geophysics*. 2020. Vol. 51. № 1. P. 66–73.
27. Karshakov E.V., Kharichkin M.V. A stochastic estimation problem at aeromagnetometer deviation compensation // *Automation and Remote Control*. 2008. Vol. 69. № 7. P. 1162–1170.
28. Keppenne C.L., Rienecker M. Assimilation of temperature into an isopycnal ocean general circulation model using a parallel Ensemble Kalman filter // *J. Mar. Sys.* 2003. 40–41. P. 363–380.
29. Macnae J., King A., Stolz N., Osmakoff A., Blaha A. Fast AEM data processing and inversion // *Exploration Geophysics*. 1998. Vol. 29. № 2. P. 163–169.
30. Mitchell H.L., Houtekamer P.L., Pellerin G. Ensemble size, and model-error representation in an Ensemble Kalman filter // *Mon. Weather Rev.* 2002. № 130. P. 2791–2808.
31. Olson D. GT-1A and GT-2A airborne gravimeters: improvements in design, operation, and processing from 2003 to 2010: Lane, R. (Ed.) Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2010 Workshop, Geoscience Australia and the Geological Survey of New South Wales, Geoscience Australia. 2010. P. 152–171.
32. Palacky G.J., West G.F. Airborne Electromagnetic Methods // *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics. Applications*. Ed. M.N. Nabighian. 2008. № 2. P. 811–880.
33. Palacky G.J. Resistivity characteristics of geologic targets: Nabighian N.M. (Ed.) *Electromagnetic Methods*, SEG. 1987. P. 53–129.
34. Park J.H., Kaneko A. Assimilation of coastal acoustic tomography data into a barotropic ocean model // *Geophys. Res. Lett.* 2000. № 27. P. 3373–3376.
35. Sengpiel K.P. Approximate inversion of airborne EM data from a multilayered ground // *Geophysical Prospecting*. 1988. № 36. P. 446–459.
36. Simon D. Optimal State Estimation. Kalman, H_∞ and Nonlinear Approaches. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006. 550 p.
37. Smith R. Electromagnetic induction methods in mining geophysics from 2008 to 2012 // *Survey Geophysics*. 2014. № 35. P. 123–156.
38. Tarantola A. Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation. SIAM, 2005. 358 p.
39. Viezzoli A., Kaminski V., Ebner N., Menghini A. Extracting IP information from AEM data to improve the hydrogeological interpretation // *Extended Abstracts of ASEG 2016 Conference*. Adelaide, Australia, 2016. 4 p.
40. Zhdanov M.S. Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems. Elsevier Science B.V. 2002. 635 p.

REFERENCES

1. Adamar Zh. Zadacha Koshi dlya lineynykh uravneniy s chastnymi proizvodnymi giperbolicheskogo tipa. Per. s fr. F.V. Shugaeva pod red. O.M. Belocerkovskogo. Moscow: Nauka, 1978. 352 p. (in Russian).
2. Aleksandrov VV, Boltyanskij VG, Lemak SS, Parusnikov NA, Tihomirov VM. Optimal'noe upravlenie dvizheniem. Moscow: FIZMATLIT, 2005. 376 p. (in Russian).
3. Golovan AA, Parusnikov NA. A relationship between the stochastic estimability measure and singular matrix expansions. *Automation and Remote Control*. 1998; 59 (2): 190–193 (in Russian).
4. Dmitriev VI, Morozov VA, Zhdanov MS, Nikitin AA, Brusencov NP. Vychislitel'naya matematika i tekhnika v razvedochnoj geofizike. Moscow: Nedra, 1990. 498 p. (in Russian).
5. Zhdanov MS. Elektrozavedka. Uchebnik dlya vuzov. Moscow: Nedra, 1986. 316 p. (in Russian).
6. Ivanov VK. O lineynykh nekorrektnykh zadachah. Doklady Akademii nauk SSSR. 1962; 145 (2): 270–272 (in Russian).
7. Karshakov EV. Struktura i algoritmy obrabotki bortovykh izmereniy v aeromagnetnykh i aeroelektromagnetnykh sistemah. Diss. ... doktora tekhn. nauk: 05.13.01, IPU RAN. Moscow, 2018. 286 p. (in Russian).
8. Lavrent'ev MM. O zadache Koshi dlya uravneniya Laplasya. *Izvestiya AN SSSR. Seriya Matematicheskaya*. 1956; 20 (6): 819–842 (in Russian).
9. Nemirovskij AS, Polyak BT. Iterativnye metody resheniya lineynykh nekorrektnykh zadach pri tochnoj informacii. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 1984; (3): 18–25 (in Russian).
10. Stepanov OA. Primenenie teorii nelineynoy fil'tracii v zadachah obrabotki navigacionnoy informacii. Saint Petersburg: GNC RF – CNII “Elektropribor”, 2003. 370 p. (in Russian).
11. Tarkhov AG, Bondarenko VM, Nikitin AA. Kompleksirovanie geofizicheskikh metodov. Moscow: Nedra, 1982. 221 p. (in Russian).
12. Tikhonov AN, Goncharov AV, Stepanov VV, Yagola AG. Chislennyye metody resheniya nekorrektnykh zadach. Moscow: Nauka, 1990. 232 p. (in Russian).
13. Tikhonov AN. Ob ustojchivosti obratnykh zadach. Doklady Akademii Nauk SSSR. 1943; 39 (5): 195–198 (in Russian).
14. Khalfin LA. Informacionnaya teoriya interpretacii geofizicheskikh issledovaniy: Doklady Akademii nauk SSSR. 1985; 122 (6): 1007–1010 (in Russian).
15. Yanovskaya TB, Porokhova LN. Obratnye zadachi geofiziki: Ucheb. posobie. 2 izd., dop. i pererab. Saint Petersburg: Izd-vo S.-Peterb. un-ta, 2004. 214 p. (in Russian).
16. Chang-Chun Y, Xiu-Yan R, Yun-He L, Yan-Fu Q, Chang-Kai Q, Jing C. Review on airborne electromagnetic inverse theory and applications. *Geophysics*; 2015. 80 (4): W17–W31.
17. Ernst OG, Sprungk B, Starkloff H.-J. Bayesian Inverse Problems and Kalman Filters. Extraction of Quantifiable Information from Complex Systems. *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. 2014; (102): 133–159.
18. Farquharson CG, Oldenburg DW. A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in nonlinear

inverse problems. *Geophysical Journal International*. 2004. 156 (3): 411–425.

19. Farquharson CG, Oldenburg DW, Routh PS. Simultaneous 1D inversion of loop-loop electromagnetic data for magnetic susceptibility and electrical conductivity. *Geophysics*. 2003; 68 (6): 1857–1869.

20. Fiandaca G, Auken E, Madsen LM. 3-D time-domain spectral inversion of resistivity and full-decay induced polarization data – full solution of Poisson’s equation and modelling of the current waveform. *Geophysical Journal International*. 2020; 223 (3): 2101–2116.

21. Forsberg R. A Study of Terrian Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling. The Ohio State University, Scientific Report no. 5, 1984. 134 p.

22. Franklin JN. Well-Posed Stochastic Extensions of Ill-Posed Linear Problems. *J. Math. and Appl.* 1970; (31): 682–716.

23. Guillemoteau J, Sailhac P, Béhaegel M. Regularization strategy for the layered inversion of airborne transient electromagnetic data: application to in-loop data acquired over the basin of Franceville (Gabon). *Geophysical Prospecting*. 2011; (59): 1132–1143.

24. Havlik J, Straka O. Performance Evaluation of Iterated Extended Kalman Filter with Variable Step-Length. *Journal of Physics. Conference Series*. 2015; (659): 12–22.

25. Kaminski V, Viezzoli A. Modeling induced polarization effects in helicopter time-domain electromagnetic data. Field case studies. *Geophysics*. 2017; 82(2): B49–B61.

26. Karshakov EV. Iterated extended Kalman filter for airborne electromagnetic data inversion. *Exploration Geophysics*. 2020; 51 (1): 66–73.

27. Karshakov EV, Kharichkin MV. A stochastic estimation problem at aeromagnetometer deviation compensation. *Automation and Remote Control*. 2008; 69 (7): 1162–1170.

28. Keppenne CL, Rienecker M. Assimilation of temperature into an isopycnal ocean general circulation model using a parallel Ensemble Kalman filter. *J. Mar. Sys...* 2003; (40–41): 363–380.

29. Macnae J, King A, Stolz N, Osmakoff A, Blaha A. Fast AEM data processing and inversion. *Exploration Geophysics*. 1998; 29 (2): 163–169.

30. Mitchell HL, Houdekamer PL, Pellerin G. Ensemble size, and model-error representation in an Ensemble Kalman filter. *Mon. Weather Rev...* 2002; (130): 2791–2808.

31. Olson D. GT-1A and GT-2A airborne gravimeters: improvements in design, operation, and processing from 2003 to 2010: Lane, R. (Ed.) Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2010 Workshop, Geoscience Australia and the Geological Survey of New South Wales, Geoscience Australia. 2010. P. 152–171.

32. Palacky GJ, West GF. Airborne Electromagnetic Methods: Electromagnetic Methods in Applied Geophysics. Applications. Ed. M.N. Nabighian. 2008; (2): 811–880.

33. Palacky GJ. Resistivity characteristics of geologic targets: Nabighian, N.M., (Ed.) Electromagnetic Methods, SEG. 1987. P. 53–129.

34. Park JH, Kaneko A. Assimilation of coastal acoustic tomography data into a barotropic ocean model. *Geophys. Res. Lett...* 2000; (27): 3373–3376.

35. Sengpiel KP. Approximate inversion of airborne EM data from a multilayered ground. *Geophysical Prospecting*. 1988; (36): 446–459.

36. Simon D. Optimal State Estimation. Kalman, H ∞ and Nonlinear Approaches. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006; 550 p.

37. Smith R. Electromagnetic induction methods in mining geophysics from 2008 to 2012. *Survey Geophysics*. 2014; (35): 123–156.

38. Tarantola A. Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation. SIAM, 2005. 358 p.

39. Viezzoli A, Kaminski V, Ebner N, Menghini A. Extracting IP information from AEM data to improve the hydrogeological interpretation: Extended Abstracts of ASEG 2016 Conference. Adelaide, Australia. 2016. 4 p.

40. Zhdanov MS. Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems. Elsevier Science B.V. 2002. 635 p.

ОБ АВТОРАХ



БОГАТЫРЕВ
Даниил Иванович

Инженер Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Окончил Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. Автор 5 научных работ в области аэрогеофизических исследований.



ГАРАКОЕВ
Амир Мусаевич

Старший научный сотрудник Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Окончил Московский государственный университет им. Н.Э. Баумана по специальности «прикладная математика». Автор 6 работ в области оптимального управления подвижными объектами.



МОЙЛАНЕН
Евгений Викторович

Глава отдела геофизики компании «Геотехнологии», научный сотрудник ИПУ РАН. Окончил МГУ им. М.В. Ломоносова. Преподаватель курса «Аэрогеофизика» в МГУ с 2014 г. Специалист в области аэрогеофизических технологий. Автор более 50 научных работ.